

第五次作业评分标准

答案仅供参考，合理即酌情给分

5.2 (25%)

解向量及结点含义5%、约束条件5%、代价函数10%、解各5%

5.2 按照价格从小到大对零件排序. 设解向量为 $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$, $x_i = j$ 表示第 i 号零件由 j 号供应商供货. $1 \leq x_j \leq m$. 结点 $\langle x_1, x_2, \dots, x_k \rangle$ 表示已经选择了前 k 号零件的供应商, 正在处理第 $k+1$ 号零件.

约束条件: 选择了下一个零件后总价格不超过 120.

代价函数:

$$\sum_{i=1}^k w_{ix_i} + \sum_{j=k+1}^n \min_{l=1,2,\dots,m} \{w_{jl}\}$$

其中 w_{jl} 表示第 l 个供应商 j 号零件的重量.

解: 对实例 $\langle 3, 1, 2, 3 \rangle$, 总重量为 31, 价值为 119.

5.5 (20%)

解向量及搜索空间、分支条件、搜索策略、复杂度各5%

5.5 解向量为 $\langle x_1, x_2, \dots, x_8 \rangle$, 搜索空间是 8 叉树. 在代表部分向量 $\langle x_1, x_2, \dots, x_k \rangle$ 的结点处, 下一步分支条件是 x_{k+1} 与 x_1, x_2, \dots, x_k 相容(不在同一行、同一列, 也不在同一条斜线上). 搜索是按广度优先顺序遍历这棵树. 对于 n 后问题, 最坏情况下的时间复杂度为 $O(n^n)$.

5.6 (25%)

问题归纳5%、解向量及搜索空间5%、约束条件10%、复杂度5%

5.6 设 $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. 求 S 满足条件 $\sum_{a_i \in A} a_i = M$ 的所有的子集 A . 用回溯算法.

解向量为 $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$, $x_i = 0, 1$. 其中 $x_i = 1$ 当且仅当 $a_i \in A$. 搜索空间为子集树. 部分向量 $\langle x_1, x_2, \dots, x_k \rangle$ 表示已经考虑了对 a_1, a_2, \dots, a_k 的选择. 结点分支的约束条件为

$$B(i) = \sum_{i=1}^k a_i x_i < M \quad \text{且} \quad a_{k+1} \in S - \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$$

最坏情况下算法的时间复杂度为 $O(2^n)$.

5.7 (30%)

问题归纳5%、解向量及搜索空间5%、约束条件5%、代价函数10%、复杂度5%

5.7 设 n 个人的集合是 $\{1, 2, \dots, n\}$, n 项工作的集合是 $\{1, 2, \dots, n\}$, 每个人恰好 1 项工作.

把工作 j 分配给 $i \Leftrightarrow x_i = j. \quad i, j = 1, 2, \dots, n$

解向量是 $X = \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$, 分配成本是 $C(X) = \sum_{i=1}^n C(i, x_i)$. 搜索空间是排列树. 部分向量 $\langle x_1, x_2, \dots, x_k \rangle$ 表示已经考虑了对人 $1, 2, \dots, k$ 的工作分配. 结点分支的约束条件为:

$$x_{k+1} \in \{1, 2, \dots, n\} - \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$$

可以设立代价函数:

$$\begin{aligned} & F(x_1, x_2, \dots, x_k) \\ &= \sum_{i=1}^k C(i, x_i) + \sum_{i=k+1}^n \min\{C(i, t) \mid t \in \{1, 2, \dots, n\} - \{x_1, x_2, \dots, x_k\}\} \end{aligned}$$

界 B 是已得到的最好可行解的分配成本. 如果代价函数大于界, 则回溯.

算法最坏情况下的时间复杂度是 $O(nn!)$.