贪心

岳镝

2025 年 3 月 21 日

贪心算法

- 贪心算法的设计
  - 为什么能贪心?
    - 直觉、经验、分析目标函数...
    - 熟悉经典的贪心算法
  - 怎样设计?
    - 算法第一步(不妨)做什么?
    - 按什么顺序?
- 贪心算法的分析
  - 正确性证明
    - 对算法步数归纳:通常用于有很强“状态性”的贪心算法
    - 对问题规模归纳
    - 交换论证:通常用于确定排序
  - 时间复杂度

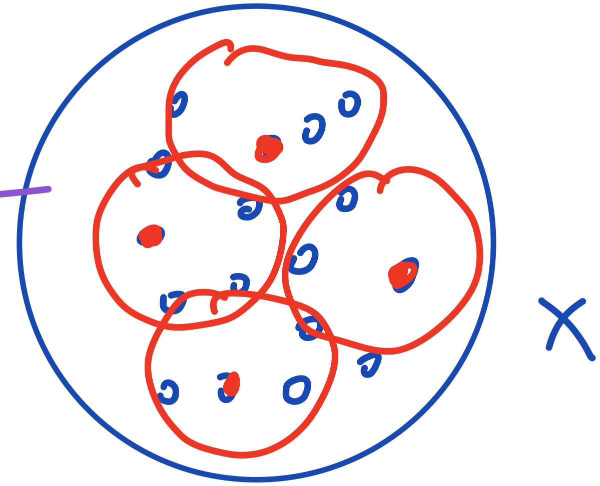
r-Net

$X \subseteq \mathbb{R}^d$

PAC-learning

M_θ

Δ



r-net: $N \subseteq X$

$\theta \in \Theta \to$ Net

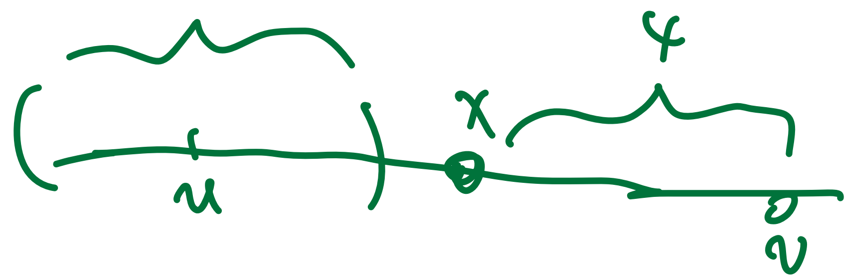
Δ

(1) r-packing: $\forall\, u, v \in N$, $\mathrm{dist}(u,v) > r$

(2) r-covering: $\forall\, x \in X$, $\exists\, u \in N$, $\mathrm{dist}(x,u) \le r$

X:

N: $\begin{cases} \text{4-covering} \\ \text{8-packing} \end{cases}$



补充题目

某公司计划面试 $2n$ 人，每个人面试一次。面试的地点有 A 和 B 两个城市可选。假设第 i 人飞往 A 市的费用为 a_i，飞往 B 市的费用为 b_i。请设计一个面试方案，使得每个城市都有 n 个人面试，并且总飞行费用最低。

$$\boxed{a_1} \quad a_2 \quad a_3 \quad \boxed{a_4}$$

$$b_1 \quad \boxed{b_2} \quad \boxed{b_3} \quad b_4$$

$$|A| = |B| = n$$

$$[2n] = A \cup B, \quad A \cap B = \phi$$

$$\min\left(\sum_{i \in A} a_i + \sum_{j \in B} b_j\right)$$

$$B \leftarrow \text{Select}\left(\{b_j - a_j\}, \ n\right)$$

$$\left(\sum_{i=1}^{2n} a_i - \sum_{j \in B} a_j\right) + \sum_{j \in B} b_j$$

$$O(n)$$

constant

$$= \boxed{\sum_{i=1}^{2n} a_i} + \sum_{j \in B} (b_j - a_j)$$

$A^* = \{ \boxed{i_1}, \underbrace{i_2, \dots, i_n} \}$ $\qquad$ $\boxed{B^*} = \{ \boxed{j_1}, \underbrace{\dots, j_n} \} \to$ optimal

swap i_1, j_1

$A' = A^* \setminus \{i_1\} \cup \{j_1\}$ $\qquad$ $B' = B^* \setminus \{j_1\} \cup \{i_1\}$

$\text{cost}\,(\underbrace{A^*, B^*}) - \text{cost}\,(\underbrace{A', B'}) \le 0$

$= a_{i_1} + b_{j_1} - a_{j_1} - b_{i_1} \le 0$

$\Rightarrow \underline{b_{j_1} - a_{j_1} \le b_{i_1} - a_{i_1}} \Rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} \forall j \in B^*, \ \forall i \in A^* \\ b_j - a_j \le b_i - a_i \end{array}}$

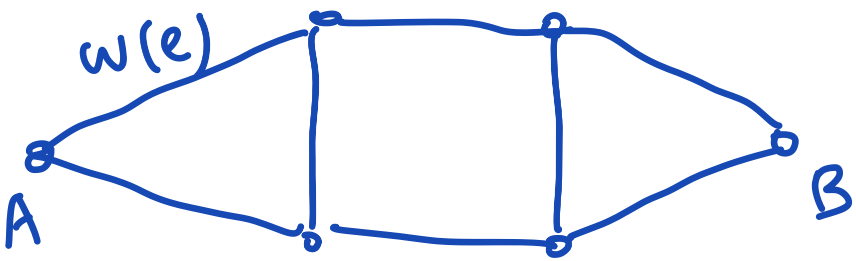
补充题目

五一期间，小江同学计划开车从 A 地出发，到相距为 L 公里的 B 地探险。在 A 地到 B 地的途中有 n 个加油站，它们分别分布在距离 A 地 $d_i, i = 1, 2, \ldots, n$ 公里的位置，每个加油站可以提供 V_i 升的汽油。一开始小江同学的汽车上有 S 升汽油，汽车每行驶一公里需要耗油一升，假设汽车油箱容量无穷。

请问小江同学在途中至少要加几次油？她要在哪些加油站加油？

补充题目

每座公路桥梁都有其最大限重，超过限重会导致安全事故发生。已知每座桥梁的最大限重值，以及相应的公路网络，问能否将一件超重设备从 A 地通过公路网络送到 B 地，使得经过的路线上每座桥梁的最大限重值均不低于超重设备和运输车辆合在一起的总重量。请设计计算法，给出一条“超重设备和运输车辆合在一起的总重量”最大的路线。



$$\max_{P: A\to B} \min_{e\in P} w(e)$$

$O(m \cdot \log \Delta)$

Given $t>0$, $\boxed{\exists P}: A\to B$, s.t. $\min_{e\in P} w(e) \geq \boxed{t}$? $\boxed{O(m)}$

$G_t = \{e\in E: w(e)\geq t\}$ check if A, B connected in G_t

"Kruskal" Algorithm.

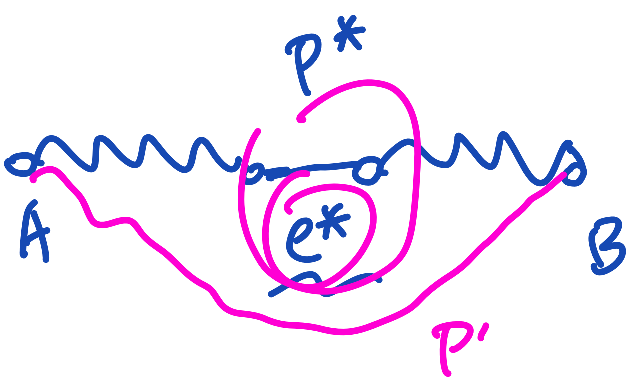
$H \leftarrow \phi$

For $e \in E$, decreasing order. $O(m \log m)$

$H \leftarrow H \cup \{e\}$.

If A, B 在 H 中连通.

Return H.



$\exists\, P' : A \to B$

s.t. $\min_{e \in P'} w(e) > w(e^*)$

$\Rightarrow P' \subseteq H$